Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

Задача 1. (6 баллов) Вова готовится к марафону. В первый день он пробежал 9 км, а каждый последующий день – на 3 км больше, чем в предыдущий. Сколько километров он пробежит в шестой день?

Ответ: 24

Решение: Дистанции Вовы образуют арифметическую прогрессию с a_1=9, d=3. Тогда a_6=a_1+(6-1)*d=9+5*3=24 км.

Задача 2. (7 баллов) В примере одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, а различным цифрам соответствуют разные буквы. Чему равно число abab, если d=2c? (См. рис. 1)

$$\begin{array}{r} \text{abab} \\ +\ \text{baba} \\ \hline \text{caaad} \end{array}$$

Рисунок 1

Ответ: 3939

Решение: Если a+b≤9, то сумма будет четырёхзначной, значит, a+b>9. Тогда крайняя левая цифра равна 1 (c=1), потому что сумма двух чисел вкупе с переносом единицы из предыдущего разряда не может дать число, большее 19. Поскольку крайняя правая цифра суммы d=2c=2, то b+a=12. Тогда из второго столбца a+b=12, и единица перенеслась из регистра единиц, то есть вторая справа цифра суммы равна 3, или a=3. Поэтому b=12-3=9, и число abab равно 3939.

Задача 3. (9 баллов) Вася склеил гранями два игральных кубика. Когда он подсчитал сумму всех видимых цифр на получившейся фигуре, у него получилось 36. Какие цифры Вася склеил, если обе они нечётные и различные?

Ответ: 1, 5

Решение: Сумма очков на всех гранях одного кубика равна 21, а на двух – 42. Если сумма видимых цифр – 36, то сумма двух склеенных – 42-36=6. Её дадут 1+5, 2+4, 3+3. Условию нечётности и различности удовлетворяют только 1 и 5, что и будет ответом.

Задача 4. (10 баллов) Часовая стрелка на циферблате передвинулась ровно на 17 минут. Сколько времени прошло (в часах и минутах)?(См. рис. 2)

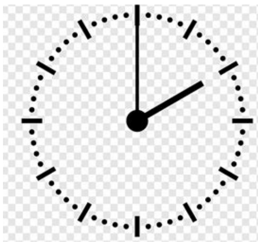

Рисунок 2

Ответ: 3 часа 24 минуты

Решение: Часовая стрелка передвигается на 5 минут за час. Составим пропорцию: 5 минут – 1 час, 17 минут – x часов. Тогда x= 17/5 часа или 3 часа 24 минуты.

Задача 5. (10 баллов) На турнире по программированию каждая задача получает свой рейтинг в зависимости от того, сколько человек её решили. Максимальный рейтинг задачи – 100, если её не решил никто. Задачу с рейтингом 0 решили все, в остальных случаях рейтинг рассчитывается по формуле 100-100*a/n, где n – общее количество участников, a – количество участников, решивших эту задачу. Какое минимальное количество человек приняло участие в турнире, если у самой сложной задачи был рейтинг 90.625?

Ответ: 32

Решение: Рейтинг задачи 100-100*a/n=90.625. Отсюда 100*a/n=9.375. 100a=9.375n=75/8 n. После сокращений получаем 32a=3n. Числа a и n обозначают количество участников, поэтому являются целыми, и 32a должно делиться на 3. Минимальное n достигается при a=3, n=32.

Задача 6. (10 баллов) Бабушка Иоанна разливала оливковое масло в бутылки с прямоугольным сечением. Она налила полную бутылку масла с донышком 5×9 (см^2), и столько же масла она налила в бутылку 6×8 (см^2). Найдите высоту масла во второй бутылке, если масло в первой бутылке налито на высоту 16 см?

Ответ: 15 см

Решение: Объём масла в первой бутылке равен 5×9×16=720 (см^2), такой же объём масла будет во второй бутылке, откуда найдем ее высоту: 720/ (6×8) = 15 см.

Задача 7. (10 баллов) Антон и Андрей встретились в бассейне 1 мая в воскресенье. Антон ходит в бассейн через 4 дня (на пятый), а Андрей – каждое воскресенье. Когда в следующий раз Антон и Андрей встретятся в бассейне? (указать число и месяц, например, «11 января»)

Ответ: 5 июня.

Решение: Если Антон ходит в бассейн каждый пятый день, а Андрей – каждый седьмой, то они встретятся через 5*7=35 дней, то есть 5 июня (в мае 31 день).

Задача 8. (12 баллов) У электронных часов перегорели некоторые сегменты у одной из позиций. Две разные цифры часы показывают так, как изображено на рисунке. Что это за цифры?(См. рис. 3)

Рисунок 3

Ответ: 2,1

Решение: Сегменты, которые горят на рисунках, работающие. То есть в первой из цифр не должен гореть правый нижний сегмент. Единственная цифра, у которой нет правого нижнего сегмента, но есть верхний и средний, равна 2, то есть не работают правый верхний, левый нижний и нижний горизонтальные сегменты. Вторая цифра должна иметь правый нижний сегмент и не иметь верхнего и среднего, что возможно только для 1.

Задача 9. (12 баллов) Мама давала детям яблоки в школу. Первый ребёнок получил 2 яблока и ⅕ всех остальных яблок, второй – 4 яблока и ⅕ остатка, … четвёртый – 8 яблок и ⅕ остатка. Когда дети ушли в школу, мама поняла, что у неё не осталось яблок. Сколько яблок было изначально?

Ответ: 32

Решение: Четвёртый ребёнок получил 8 яблок и ⅕ оставшихся. То есть маме должно было достаться ⅘ оставшихся яблок, что равно 0, тогда ⅕ яблок тоже 0, и четвёртый ребёнок получил 8 яблок. Третий ребёнок получил 6 и ⅕ оставшихся яблок, тогда у четвёртого - ⅘ оставшихся яблок, что равно 8, то есть ⅕ оставшихся яблок на этом этапе - 2 яблока, тогда третий ребёнок получил 6+2=8 яблок. После ухода второго ребёнка осталось 8+8=16 яблок. Второму дали 4 яблока и ⅕ оставшихся. 16 яблок, оставшихся после его ухода, составляют ⅘, тогда ⅕ – 4 яблока. Таким образом, второй получил 4+4=8 яблок, первый 2+6=8 яблок. То есть всего у мамы было 4*8=32 яблока.

Задача 10. (14 баллов) В параллелограмме, площадь которого равна 60 см^2, на верхней и нижней сторонах отмечены точки, делящие эти стороны пополам. Эти точки соединены с противоположными вершинами параллелограмма. Чему равна площадь закрашенной фигуры?(См. рис. 4)

Ответ: 15 см^2

Решение: Соединим середины противоположных сторон. Это разбивает параллелограмм на два равных (с площадями 30 см^2), и в каждом из них закрашен треугольник с вершиной в центре параллелограмма. Так как центр делит каждую диагональ параллелограмма пополам, то площадь каждой из двух закрашенных частей равна четверти площади параллелограмма, то есть 7.5 см^2. Итого в сумме - 15 см^2.

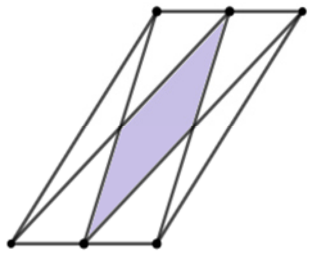

Рисунок 4